

# MESURE DE L'UTILITE SOCIALE FLOUE.

**Michel Garrabé**

[michel.garrabe@univ-montp1.fr](mailto:michel.garrabe@univ-montp1.fr)

Juin 2004

- 1-Introduction.
- 2-Problématique
- 3-Principes méthodologiques
- 4-Validations des composantes de la valeur.
- 5-Identification floue de la valeur relative ex-ante.
- 6-Classement des préférences (ex-post).
- 7-Elaboration de l'experton pondéré
- 8-Equivalent monétaire de l'utilité
- 9-Conclusion.
- 10-Bibliographie

# GRES

GRUPE DE RECHERCHE EN ECONOMIE SOCIALE  
CEP-LASER-UNIVERSITE DE MONTPELLIER 1

## 1-INTRODUCTION.

Dans ce travail, nous allons tenter de reprendre un certain nombre de questions qu'une précédente étude<sup>1</sup> avait laissé sans réponse. Notre préoccupation récurrente demeure de tenter de mesurer la valeur de l'utilité sociale des organisations d'économie sociale (OES).

Pour cela, nous concentrons notre effort sur l'identification et la modélisation des composantes de l'utilité sociale. Nous souhaitons persévérer dans notre objectif d'identifier si possible une valeur monétaire de cette utilité sociale en testant certaines propositions dans le cadre d'enquêtes ciblées.

Nous nous proposons de le faire, ici, non plus en imposant aux personnes enquêtées, de choisir entre des valeurs quantifiées « précises », mais en respectant le système d'évaluation que nous sommes habitués à pratiquer quotidiennement, celui d'expression de préférences sémantiques « vagues » ou « floues », telle que par exemple, « j'ai trouvé ce film très bon ».

Un tel système nécessite pour être utilisé dans la perspective d'une évaluation de recourir à des méthodes particulières utilisant les principes de la logique floue. Parmi les possibilités offertes par les applications de la logique floue nous retiendrons celle des experts. Cette méthode est relativement peu utilisée, et n'a, à notre connaissance, jamais été employée en économie sociale.

## 2-PROBLEMATIQUE.

Dans un travail précédent (2003), nous nous étions proposé de recourir à la technique des « cartes de préférences valuées » pour identifier et mesurer les composantes de l'utilité sociale d'une catégorie d'OES culturelle. Cette méthode consistait à présenter aux personnes sollicitées, une carte sur laquelle figuraient des valeurs en euros échelonnées de 0 à 100€, parmi lesquelles l'enquêté pouvait choisir.

Notre application portait sur un ciné-club, dont nous avons identifié les composantes productives. La méthode utilisée nous permettait de mesurer la valeur de trois propriétés de cette catégorie d'association : le spectacle, l'apport cognitif et la convivialité.

Cependant la technique utilisée consistait à présenter une liste, aux enquêtés soumis à l'étude, et leur proposait de se prononcer sur une valeur précise à choisir parmi un ensemble. Bien que largement utilisée, cette pratique interdit de prendre en compte l'imprécision subjective du choix individuel, soumis à contrainte d'évaluation. De plus le fait de ne se prononcer qu'ex post (à la sortie d'un spectacle) sur la place relative de chacune des composantes est source de confusion entre la position à priori des acteurs, vis à vis de chacune de ses composantes relativement aux autres et l'influence des événements de la séance (qualité du spectacle, de la discussion, ou du lien social) sur leur hiérarchie à priori.

Dans le cadre de ce présent travail, nous reprendrons pour notre application, le même type d'association test que dans la précédente étude, mais nous nous proposerons de tenir compte de la difficulté d'effectuer un choix de valeur précise. Pour cela, nous utiliserons une procédure permettant de retenir un choix imprécis, dans le cadre d'un protocole d'enquête particulier portant sur l'identification, même vague ou floue, des valeurs des propriétés identifiées.

---

<sup>1</sup> Garrabé M. (Nov 2003) : Utilité sociale et capital social interne GRES Université de Montpellier [www.creslr.org/ores/travaux.asp](http://www.creslr.org/ores/travaux.asp).

De plus, nous nous proposerons aussi d'étudier la question du classement et de la pondération des différentes propriétés pour les acteurs, à partir d'un protocole spécifique d'identification des préférences ex-ante. Les informations obtenues par acteur serviront ensuite pour pondérer la satisfaction mesurée ex-post.

Enfin, par rapport à notre étude précédente, notre investigation portera sur une population différente d'acteurs concernés, celle des adhérents exclusivement. Nous avons précédemment étudié les préférences valuées pour adhérents et bénéficiaires, nous ne retiendrons ici que le point de vue des adhérents ce qui nous permettra de mesurer des valeurs peut être moins volatiles, et donc d'utiliser une méthode de classement de valeurs floues plutôt réservée aux acteurs considérés comme présentant une certaine expertise.

### **3-METHODOLOGIE.**

La méthode retenue pour mesurer les préférences imprécises des personnes sollicitées relève des principes de la logique floue. Parmi les principaux outils disponibles, sous ensembles flous, aléatoires flous,  $\Phi$  flous, experts, nous retiendrons ces derniers.

#### **3.1-Phasage.**

Le protocole méthodologique de cette étude comprendra un certain nombre de d'étapes successives.

a-La validation des composantes de la valeur présentées comme les propriétés de la production associative. Nous reprendrons ici un questionnaire déjà effectué, pour confirmer les précédents résultats, sur ce point.

b-L'identification floue de l'ordre des préférences et de la valeur relative ex-ante de chacune des composantes à partir d'une figure classique en représentation statistique, celle d'un triangle équilatéral, permettant de représenter les trois propriétés de l'utilité sociale, avec comme propriété une sommation de valeur unitaire.

c-L'identification floue de la valeur attribuée ex-post à chacune des composantes en utilisant une règle à repères sémantiques flous,

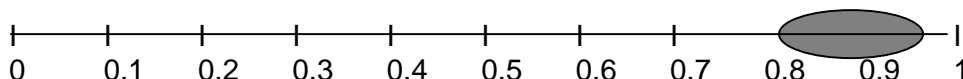
La construction d'une échelle de valeurs sémantiques pose la question du nombre de niveaux valués retenus. En général on retient 11 niveaux, mais il semble qu'au-delà de 5 à 7 niveaux, la perception des différences soit très difficile. En pratique cela ne devrait pas poser de problème puisque l'on admettra un choix flou (couvrant plusieurs valeurs sémantiques). Un exemple est proposé par le tableau N°1.

Tableau N°1

<b>Niveau</b>	<b>Valeur</b>
0	Faux
0.1	Très faux
0.2	Presque faux
0.3	Plutôt faux
0.4	Plus faux que vrai
0.5	Aussi vrai que faux
0.6	Plus vrai que faux
0.7	Plutôt vrai
0.8	Presque vrai
0.9	Très vrai
1	Vrai

On peut d'ailleurs aller plus loin et penser que le recours au choix flou autorise un nombre de niveaux beaucoup plus important. Rien n'interdit en principe de retenir 20, 30 40 niveaux ou plus, sauf qu'il sera impossible de leur attacher une valeur linguistique.

On peut recourir à une *règle de valeurs sémantiques floues* du type de celle proposée ci-après.



Dans le cadre d'une enquête, on demande à l'acteur sollicité de situer à sa convenance la localisation de son choix, sur la règle, en entourant (ou en pointant s'il y a lieu), l'espace correspondant.

d-Pondération des préférences, en affectant aux informations ex-post les valeurs obtenues ex-ante.

L'évaluation de la valeur des propriétés doit nécessairement conduire à distinguer la distribution à priori (avant la séance) des préférences (classement des 3 propriétés) et d'autre part la mesure de la satisfaction des acteurs par rapport à la qualité du spectacle de l'apport cognitif et de la convivialité.

Deux enquêtes ont donc été nécessaires. La première, en dehors de toute séance (éventuellement avant la séance) afin de déterminer pour chaque acteur la hiérarchie quantifiée floue à priori de ses préférences entre les trois propriétés. La seconde ayant pour objet de mesurer sa perception floue de la qualité des trois propriétés, après la séance.

Dans notre précédente étude cette distinction n'avait pas été faite de telle sorte que l'identification ex-post par la méthode de la carte de préférences valuées ne permettait pas de distinguer préférences ex-ante et satisfaction ex-post, au risque que la mesure obtenue soit une valeur confuse. Ainsi on peut très bien accorder au spectacle une valeur relative forte et ne pas être satisfait du spectacle auquel on vient d'assister. Dans ce cas l'enquête permettant d'identifier cette valeur relative, ex-post ne mesure pas vraiment l'utilité globale.

e-Elaboration de l'experton. L'experton est un concept proposé par A.KAUFMANN (1987) qui résulte « de l'association de celui de sous ensemble aléatoire flou et de celui d'intervalle de confiance<sup>2</sup> ». Il en résulte un outil construit à partir d'informations floues dont on détermine la loi de probabilité, et dont l'espérance mathématique de la probabilité cumulée donne une valeur « défuzzifiée » d'expertise. Nous reviendrons dans le point suivant sur la méthode de construction d'un experton.

f-Proposition d'une valeur monétaire par propriété. A partir des résultats obtenus (un sous ensemble  $\Phi$  flou) nous pourrions proposer une valeur monétaire, en retenant comme valeur d'opportunité le prix moyen d'une séance de cinéma sur le marché.

### 3.2-Formalisation d'une proposition floue..

Les informations proposées spontanément par les acteurs de la vie économique et sociale sont généralement incomplètes et imprécises plutôt qu'incertaines (SANDRY.S.A. 1997), et la valorisation de la propriété d'un phénomène s'exprime plus naturellement en langage courant qu'en unité de mesure. De telle sorte que lorsque l'on interroge un individu, en le soumettant par exemple à un choix entre plusieurs valeurs numériques, quelle que soit

<sup>2</sup> A KAUFMANN (1987) : p17

sa rigueur à répondre, on est pratiquement assuré de perdre de l'information, puisque ce type d'enquête interdit de prendre en compte les opinions situées à l'intérieur d'un intervalle.

Le recours à la logique classique (même multivalente) reste insuffisant lorsque l'on aborde des domaines ou des types de questions, pour lesquels les connaissances disponibles sont vagues, imprécises et incertaines. Dans ces circonstances la nature de l'information impose l'utilisation d'une autre logique que la logique classique: la logique floue, appelée aussi logique linguistique.

La logique booléenne est fondée sur la notion de variable binaire, la logique floue sur celle de variable floue et de variable linguistique. Le terme de variable linguistique est beaucoup plus général que celui de variable floue, qui reste une extension directe de la variable binaire classique.

On peut définir une variable floue  $a$ , comme appartenant à l'intervalle  $[0,1]$ , associée à la fonction d'appartenance  $f_A(x)$ , avec  $a = f_A(x)$ , d'un sous ensemble flou  $A$  de l'univers de référence  $U$ .

L'expression variable linguistique introduite par ZADEH, propose que les valeurs de cette variable ne soient pas numériques, mais symboliques, comme les mots et les expressions du langage courant.

Une variable quelconque peut être représentée par un triplet  $(U, X, D_x)$  composé d'un ensemble de référence  $U$ , d'une désignation  $X$  (nom de la variable) et d'un domaine de définition  $D_x$ , sous ensemble de  $U$ , ou ensemble flou de référentiel  $U$  (cas d'une variable floue). Une variable linguistique est définie par un triplet  $(X, U, T_x)$  dans lequel  $T_x$  désigne l'ensemble fini ou non des valeurs linguistiques de la variable  $X$  appelés termes. Ce sont des expressions vagues du langage naturel qui caractérisent  $X$  et qui sont modélisées par des ensembles flous. Pour préciser la caractéristique d'une variable linguistique « faible », on peut lui associer un adverbe (modificateur) « assez ». La modification de caractéristiques se traduira sur la fonction d'appartenance. En supposant que  $R$  soit une caractéristique floue, dérivée d'une autre caractéristique floue  $A$  par le modificateur  $m$ , on peut écrire  $R = m(A)$  ou  $f_R(x) = m f_A(x)$ .

Une proposition floue simple est de la forme «  $x$  est  $A$  », où  $A$  est un élément de  $T_x$  associé à un prédicat flou. Une proposition composée est constituée de propositions floues simples, telles que «  $x$  est  $A$  », «  $y$  est  $B$  », reliées entre elles par des connecteurs, en général, ET (conjonction) et OU (disjonction).

On sait, que l'union de deux sous-ensembles flous  $A$  et  $B$  de  $X$ , est le sous ensemble flou constitué des éléments de  $X$  affectés du plus grand de leur degré d'appartenance, donné par  $f(A)$  et  $f(B)$ . Elle est définie comme l'élément  $D = A \cup B$  de  $F(X)$  tel que:

$$\forall x \in X, f_D(x) = \max(f(A), f(B))$$

Si  $D = A \cup B \cup \dots \cup N$ , alors:

$$\forall x \in X, f_D(x) = \max(f(A), f(B), \dots, f(N))$$

L'intersection est définie comme l'élément  $D = A \cap B$  de  $F(X)$  tel que :

$$\forall x \in X, f_D(x) = \min(f(A), f(B))$$

Si  $D = A \cap B \cap \dots \cap N$ , alors :

$$\forall x \in X, f_D(x) = \min(f(A), f(B), \dots, f(N))$$

### **3-3 Principes de construction d'un experton.**

Soit la propriété (U) d'une organisation (par exemple son utilité sociale), sur laquelle on interroge chaque individus  $i, i \in [1, \dots, n]$  concernant les caractéristiques  $C(h), h \in [1, \dots, m]$  de cette propriété (par exemple ses productions de services, apport cognitifs, aménité...).

1-On définit l'évaluation de  $i$  comme un ensemble flou  $\tilde{S}_i = \{\mu_{\tilde{S}_i} C(h)\}$  :

$$\forall h, \mu_{\tilde{S}_i} C(h) = \mu_{s_i}^{\min} C(h) = \mu_{s_i}^{\max} C(h) \in [0.1] \quad (1)$$

$$\text{ou } \mu_{\tilde{S}_i} [ \mu_{s_i}^{\min} C(h), \mu_{s_i}^{\max} C(h) ] \subset [0.1] \quad (2)$$

2-L'agrégation des évaluation est obtenue en considérant  $\mu_{\tilde{S}_i} C(h)$  comme les exemples de variables aléatoires  $\mu_s C(h)$  prenant leur valeur dans  $[0.1]$ .

3-On établit leurs lois de probabilité à partir des valeurs limites MIN et MAX des évaluations. A partir de chacun des niveaux de l'échelle d'évaluation obtenue, on construit un experton. Les lois de probabilité sont alors définies sur 11 niveaux d'échelle sémantique.

$$\forall h, P(\mu_{s_i}^{\min} C(h) = \mu) = \frac{n_{\mu}^{\min}}{N} \quad (3)$$

$$P(\mu_{s_i}^{\max} C(h) = \mu) = \frac{n_{\mu}^{\max}}{N} \quad (4)$$

$n_{\mu}^{\min}$  et  $n_{\mu}^{\max}$  représentent les fréquences de  $\mu$  comme valeurs MIN et MAX des évaluations du caractère  $C(h)$  et  $N$  le nombre de personnes enquêtées.

4-Enfin les lois de probabilité sont transformées en une fonction de distribution cumulée qui constitue un experton obtenu à partir des valeurs MIN et MAX de chacune des propriétés..

$$F(\mu_{s_i}^{\min} C(h) = \mu) = \sum_{\eta=\mu}^1 P(\mu_{s_i}^{\min} C(h) = \eta) \quad (5)$$

$$F(\mu_{s_i}^{\max} C(h) = \mu) = \sum_{\eta=\mu}^1 P(\mu_{s_i}^{\max} C(h) = \eta) \quad (6)$$

L'experton une fois construit, on peut calculer l'espérance mathématique des valeurs MIN et MAX, ce qui nous donne un sous ensemble flou résultat, qui peut être ramené à un résultat ponctuel.

#### 4-VALIDATION DES COMPOSANTES DE LA VALEUR PRESENTÉES COMME LES PROPRIÉTÉS DE LA PRODUCTION ASSOCIATIVE.

Une préoccupation préalable à l'identification des choix flous a été de valider les propriétés qui seront retenues comme composantes de l'utilité sociale dans notre cas. L'identification des propriétés d'un ciné-club résultait d'une étude préalable et avait déjà fait l'objet d'une validation. L'intitulé de la question était : l'identification du surplus.

1-Pensez-vous que venir au Ciné-Club est une démarche différente d'aller voir un film dans une salle traditionnelle ? oui non

2-Pensez-vous que le Ciné-Club vous apporte « quelque chose » en plus que le simple visionnage d'un film ? oui non

3-Si oui pensez-vous que ce « quelque chose » en plus soit :

- l'intérêt d'une présentation/discussion du film, son auteur, ses acteurs. oui non
- L'intérêt d'une ambiance différente plus conviviale, propice aux contacts. oui non

Les résultats du questionnement nous avaient permis de retenir ces trois propriétés comme pertinentes pour la suite de notre démarche.

## **5-IDENTIFICATION FLOUE DE LA VALEUR RELATIVE DE CHACUNE DES PROPRIETES POUR CHACUN DES ACTEURS.**

### 5.1-Présentation de l'objet de l'enquête.

Après avoir confirmé la validation du choix des propriétés retenues dans le cadre de l'étude, notre préoccupation sera de mesurer la valeur relative de chacune de ces propriétés.

La détermination de l'ordre de préférence ex-ante des enquêtés, mais plus encore le degré de préférence relative de chaque propriété sera un opérateur important pour valoriser la satisfaction de chacune d'entre elle ex-post.

En effet, on doit comprendre que si une propriété est considérée ex-ante comme la plus importante a priori, son utilité totale ex-post dépendra non seulement de sa qualité ex-post, mais aussi de l'importance de l'attente de l'acteur la concernant. De telle sorte que l'on peut proposer que la satisfaction totale relative à l'usage d'une propriété soit mesurée par l'importance de l'attente dont elle est l'objet affectée de la valeur de son utilité ex-post.

On est donc conduit à identifier et mesurer les « attentes » ou valeur ex-ante des propriétés retenues, lesquelles constitueront une valeur de pondération des valeurs ex-post permettant d'identifier la valeur résultante finale.

Une question méthodologique surgit alors, il s'agit de déterminer un protocole de mesure de ces valeurs ex-ante constituant un système de pondération. La question se ramène à concevoir un processus permettant d'attribuer une valeur relative à chacune des propriétés dont la somme serait unitaire. Ce processus d'identification de valeurs floues ex-ante à somme de valeur unitaire nous l'avons conçu à partir d'une figure de représentation classique en statistique descriptive.

En bref, ce qui caractérise l'approche proposée, ici, est en conséquence l'identification et la mesure des préférences ex-ante et ex-post de chacune des propriétés, en utilisant une méthode d'identification et de mesure préservant le caractère imprécis des informations obtenues.

### 5.2-Présentation du support et de son utilisation.

-Nous nous proposons de soumettre à chacun des acteurs enquêtés, une figure destinée à nous permettre d'identifier la valeur de leur préférence relative pour chacune des trois propriétés retenues.

-Cette figure est un triangle équilatéral dont l'intersection des trois hauteurs détermine six aires égales. Les trois sommets représentant la valeur maximale de chacune des trois propriétés(1), alors que le point d'intersection de la hauteur et du côté opposé représente la valeur minimale (0).

-Chacune des aires représente donc un espace de préférence particulier, les six aires épuisant les combinaisons possibles de ces préférences.

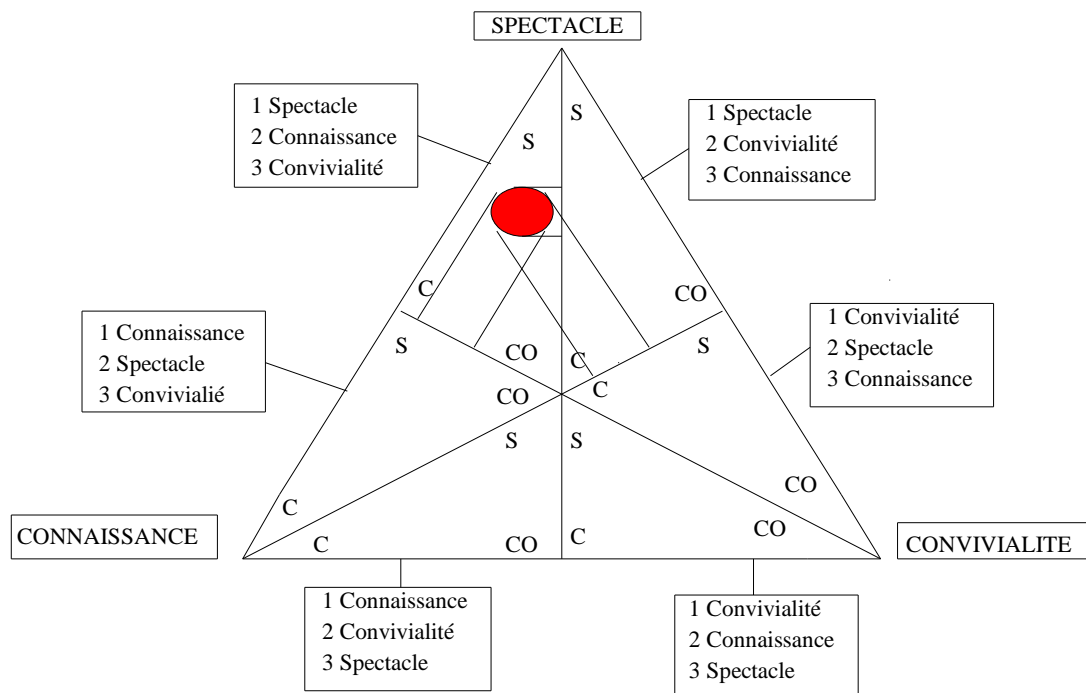
-A l'intérieur de ces aires, chaque point de l'espace dispose de coordonnées propres, proposant un ordre de préférence ayant une valeur spécifique.

-Il est demandé aux personnes enquêtées de choisir une aire correspondant à leur ordre de préférence parmi les six possibilités existantes, puis à l'intérieure de l'aire choisie de

procéder au choix d'une aire de taille, de forme et de localisation libre, pour représenter à la fois leur préférence locale mais aussi leur indétermination et leur imprécision.

-Le dessin d'une aire libre permet d'identifier un choix flou. Toutefois pour des raisons d'identification des coordonnées, il est demandé aux enquêtés de proposer, si possible, une aire de choix convexe, approximativement ronde ou ovale. Le choix d'une figure de taille importante (de l'ordre de vingt centimètres de coté), facilite le dessin d'aires assez petites en moyenne, dont l'imprécision reste circonscrite.

-A partir de cette figure, nous pouvons repérer sur les axes gradués (hauteurs du triangle), les valeurs floues des choix (représentées par des intervalles).



Par exemple la localisation de l'aire choisie sur la figure est représenté par :

**Spectacle > Connaissance > Convivialité**

Soit l'aire  $A_i$   $\{0.65-0.75 ; 0.15-0.25 ; 0.05-0.15\}$  représentant un ordre de préférence ex-ante flou.

### 5-3.Echantillon et collecte de l'information.

L'interrogation de vingt personnes considérées comme représentatives d'un groupe d'adhérent, eux-mêmes consultés au titre d'une relative expertise par rapport aux usagers-bénéficiaires des séances de ciné-club, a donné les résultats suivants. Les avis obtenus constituent des intervalles de confiance regroupés en une matrice de valuation d'experts. L'utilisation de la méthode sur des échantillons de taille supérieure ne pose pas de problèmes méthodologiques. Pour le traitement, la programmation sera nécessaire.



Tableau N°2 Préférences ex-ante des adhérents.

QUEST	Aire	Spectacle		Cognitif		Convivialité	
		MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
1	S>C>Co	0,57	0,68	0,22	0,34	0,05	0,14
2	S>C>Co	0,74	0,85	0,11	0,2	0,01	0,09
3	S>C>Co S>Co>C	0,71	0,77	0,06	0,16	0,11	0,19
4	S>Co>C	0,74	0,82	0,01	0,05	0,17	0,21
5	S>C>Co	0,64	0,7	0,25	0,34	0,01	0,06
6	S>Co>C	0,59	0,64	0,08	0,18	0,2	0,31
7	S>C>Co	0,52	0,58	0,42	0,35	0,02	0,11
8	S>C>Co	0,51	0,56	0,4	0,46	0,01	0,06
9	S>C>Co	0,39	0,45	0,31	0,38	0,2	0,27
10	S>Co>C	0,48	0,58	0,14	0,23	0,26	0,31
11	S>Co>C Co>S>C	0,32	0,38	0,24	0,3	0,35	0,41
12	S>Co>C	0,45	0,5	0,09	0,19	0,35	0,42
13	S>C>Co	0,45	0,52	0,35	0,41	0,11	0,16
14	S>C>Co	0,68	0,74	0,18	0,24	0,05	0,11
15	S>C>Co C>S>Co	0,39	0,46	0,41	0,49	0,1	0,15
16	S>C>Co	0,54	0,67	0,24	0,31	0,08	0,16
17	S>Co>C	0,39	0,46	0,08	0,17	0,41	0,49
	Co>S>C						
18	Co>S>C	0,24	0,36	0,09	0,21	0,51	0,59
19	S>C>Co S>Co>C	0,51	0,59	0,21	0,27	0,18	0,24
20	S>Co>C	0,47	0,58	0,16	0,23	0,25	0,31

## 5-4 Elaboration de l'experton.

a-Cumul ex-ante.

A partir des observations précédentes, on procède à la somme des valeurs MIN et MAX par niveau. Ce qui donne les résultats suivants.

Tableau N°3

niveau	Spectacle	
	MIN	MAX
0	0	0
0,1	0	0
0,2	1	0
0,3	1	0
0,4	3	2
0,5	8	5
0,6	3	6
0,7	4	4
0,8	0	2
0,9	0	1
1	0	0

niveau	Cognitif	
	MIN	MAX
0	1	0
0,1	7	1
0,2	6	9
0,3	2	5
0,4	4	3
0,5	0	2
0,6	0	0
0,7	0	0
0,8	0	0
0,9	0	0
1	0	0

niveau	Convivialité	
	MIN	MAX
0	4	0
0,1	6	6
0,2	4	6
0,3	2	4
0,4	3	2
0,5	1	1
0,6	0	1
0,7	0	0
0,8	0	0
0,9	0	0
1	0	0

### b-Identification de la loi de probabilité.

La mise sous la forme d'une loi de probabilité s'effectue comme nous l'avons déjà précisé. Le nombre des observations constitue le quotient que l'on affecte aux valeurs du tableau précédent.

Tableau N°4

niveau	Spectacle		niveau	Cognitif		niveau	Convivialité	
	MIN	MAX		MIN	MAX		MIN	MAX
0	0	0	0	0,05	0	0	0,2	0
0,1	0	0	0,1	0,35	0,05	0,1	0,3	0,3
0,2	0,05	0	0,2	0,3	0,45	0,2	0,2	0,3
0,3	0,05	0	0,3	0,1	0,25	0,3	0,1	0,2
0,4	0,15	0,1	0,4	0,2	0,15	0,4	0,15	0,1
0,5	0,4	0,25	0,5	0	0,1	0,5	0,05	0,05
0,6	0,15	0,3	0,6	0	0	0,6	0	0,05
0,7	0,2	0,2	0,7	0	0	0,7	0	0
0,8	0	0,1	0,8	0	0	0,8	0	0
0,9	0	0,05	0,9	0	0	0,9	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0

### c-Probabilités cumulées : experton ex-ante.

A partir du tableau N°4 on calcule la probabilité cumulée pour chacun des niveaux de chaque propriété.

Tableau N°5

niveau	Spectacle		niveau	Cognitif		niveau	Convivialité	
	MIN	MAX		MIN	MAX		MIN	MAX
0	1	1	0	1	1	0	1	1
0,1	1	1	0,1	0,95	1	0,1	0,8	1
0,2	1	1	0,2	0,6	0,95	0,2	0,5	0,7
0,3	0,95	1	0,3	0,3	0,5	0,3	0,3	0,4
0,4	0,9	1	0,4	0,2	0,25	0,4	0,2	0,2
0,5	0,75	0,9	0,5	0	0,1	0,5	0,05	0,1
0,6	0,35	0,65	0,6	0	0	0,6	0	0,05
0,7	0,2	0,35	0,7	0	0	0,7	0	0
0,8	0	0,15	0,8	0	0	0,8	0	0
0,9	0	0,05	0,9	0	0	0,9	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0

### 5-5 Commentaire.

L'experton auquel nous sommes parvenus, pour les trois propriétés identifiées, constitue un instrument de pondération que nous affecterons aux préférences ex-post. En effet, comme nous l'avons déjà souligné, l'importance de la satisfaction ex-post relative, de chacune des propriétés, dépend de la valeur a priori accordée relativement à chacune d'entre elles. De notre point de vue la pondération joue le même rôle dans le processus de valorisation qu'une probabilité d'occurrence. Cela nous permettra de recourir ultérieurement à un opérateur probabiliste pour construire l'experton final.

## 6- CLASSEMENT DES PREFERENCES EX-POST.

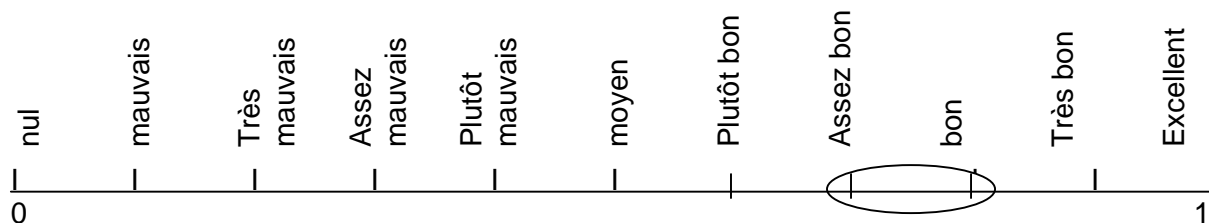
### 6-1-Principe.

Une enquête permet de d'identifier les valeurs floues accordées par des adhérents (experts) d'un ciné-club aux trois caractéristiques suivantes de l'ensemble d'un programme de films présenté au cours de l'année : la valeur des films comme spectacles, la valeur des séances du point de vue de leur apport cognitif (présentation- discussion), enfin la valeur de convivialité de l'activité.

Le protocole a conduit à sélectionner 20 personnes et à leur proposer de répondre, le plus librement possible, de façon précise ou non aux questions posées.

Pour cela une *règle à repères sémantiques flous* leur a été proposée pour chacune des trois propriétés testées du programme, sur lesquelles les enquêtés pouvaient exprimer une réponse imprécise.

La règle à repères sémantiques flous est étalonnée ex-post pour permettre le repérage des intervalles d'évaluation de chacun des enquêtés.



Chaque réponse a été mesurée à partir de l'intervalle (ou de leur valeur crisp) observé sur la règle. Ce repérage nécessite un étalonnage précis de la règle et une lecture qui peut requérir un lecteur optique et un programme adapté. Les résultats obtenus sont les suivants :

### 6-2-Identification des valeurs floues

Le recueil des informations obtenues fait apparaître les intervalles de valeurs suivants pour les trois propriétés retenues  $P_i = \{P_1, P_2, P_3\}$ .

Par rapport à l'évaluation de la valeur relative ex-ante des trois propriétés, il s'agit ici de mesurer la satisfaction ex-post floue de chacune de ces propriétés. Il n'y a pas donc aucune raison pour que la somme de ces satisfactions soit égale à 1.

Les résultats du dépouillement des questionnaires permettent d'établir le tableau suivant :

Tableau N°6. Préférences ex-post.

QUEST	Spectacle		QUEST	Cognitif		QUEST	Convivialité	
	MIN	MAX		MIN	MAX		MIN	MAX
1	0,62	0,91	1	0,53	0,72	1	0,37	0,44
2	0,72	0,9	2	0,46	0,61	2	0,23	0,58
3	0,81	0,9	3	0,82	0,94	3	0,72	0,84
4	0,9	1	4	0	1	4	0,68	0,81
5	0,73	0,82	5	0	1	5	0,44	0,68
6	0,65	0,83	6	0,42	0,84	6	0,52	0,63
7	0,72	0,92	7	0,73	1	7	0,74	0,82
8	0,74	1	8	0,28	0,52	8	0,57	0,71
9	0,63	0,84	9	0,74	0,92	9	0,8	0,9
10	0,75	0,9	10	0,81	1	10	0,24	0,52
11	0,9	1	11	0,65	0,93	11	0,42	0,54
12	0,62	0,72	12	0	1	12	0,74	0,88
13	0,63	0,84	13	0,42	0,84	13	0,63	0,75
14	0,57	0,82	14	0	0,8	14	0,48	0,63
15	0,64	0,92	15	0	1	15	0,67	0,73
16	0,71	0,83	16	0,71	0,92	16	0,45	0,69
17	0,84	1	17	0,83	0,92	17	0,75	0,83
18	0,75	0,93	18	0,28	0,54	18	0,57	0,82
19	0,62	0,84	19	0,52	0,85	19	0,76	0,84
20	0,61	0,92	20	0,71	0,86	20	0,61	0,68

L'échelle de la règle permet d'apprécier des valeurs au centième. En quatre circonstances pour l'appréciation de l'apport cognitif, on a noté une incapacité de réponse qui a conduit à préférer un intervalle maximum à une valeur arbitraire.

#### 6-3 Elaboration de l'experton ex-post.

##### a-Cumul ex-post.

Selon le même principe que précédemment.

Tableau N°7

niveau	Spectacle		niveau	Cognitif		niveau	Convivialité	
	MIN	MAX		MIN	MAX		MIN	MAX
0	0	0	0	5	0	0	0	0
0,1	0	0	0,1	0	0	0,1	0	0
0,2	0	0	0,2	0	0	0,2	2	0
0,3	0	0	0,3	2	0	0,3	0	0
0,4	0	0	0,4	2	0	0,4	3	1
0,5	0	0	0,5	3	2	0,5	3	2
0,6	8	0	0,6	0	1	0,6	4	3
0,7	6	1	0,7	5	1	0,7	5	5
0,8	4	7	0,8	3	3	0,8	3	7
0,9	2	8	0,9	0	7	0,9	0	2
1	0	4	1	0	6	1	0	0

b-Identification de la loi de probabilité.

Tableau N°8

niveau	Spectacle	
	MIN	MAX
0	0	0
0,1	0	0
0,2	0	0
0,3	0	0
0,4	0	0
0,5	0	0
0,6	0,4	0
0,7	0,3	0,05
0,8	0,2	0,35
0,9	0,1	0,4
1	0	0,2

niveau	Cognitif	
	MIN	MAX
0	0,25	0
0,1	0	0
0,2	0	0
0,3	0,1	0
0,4	0,1	0
0,5	0,15	0,1
0,6	0	0,05
0,7	0,25	0,05
0,8	0,15	0,15
0,9	0	0,35
1	0	0,3

niveau	Convivialité	
	MIN	MAX
0	0	0
0,1	0	0
0,2	0,1	0
0,3	0	0
0,4	0,15	0,05
0,5	0,15	0,1
0,6	0,2	0,15
0,7	0,25	0,25
0,8	0,15	0,35
0,9	0	0,1
1	0	0

c-Probabilités cumulées : experton ex-post.

Tableau N°9

niveau	Spectacle	
	MIN	MAX
0	1	1
0,1	1	1
0,2	1	1
0,3	1	1
0,4	1	1
0,5	1	1
0,6	1	1
0,7	0,6	1
0,8	0,3	0,95
0,9	0,1	0,6
1	0	0,2

niveau	Cognitif	
	MIN	MAX
0	1	1
0,1	0,75	1
0,2	0,75	1
0,3	0,75	1
0,4	0,65	1
0,5	0,55	1
0,6	0,4	0,9
0,7	0,4	0,85
0,8	0,15	0,8
0,9	0	0,65
1	0	0,3

niveau	Convivialité	
	MIN	MAX
0	1	1
0,1	1	1
0,2	1	1
0,3	0,9	1
0,4	0,9	1
0,5	0,75	0,95
0,6	0,6	0,85
0,7	0,4	0,7
0,8	0,15	0,45
0,9	0	0,1
1	0	0

**7-ELABORATION DE L'EXPERTON PONDÉRÉ.**

7-1 Principe et application.

La construction de cet experton résulte du fait que nous considérons la pondération de l'importance subjective des valeurs des propriétés, fonctionne comme un opérateur probabiliste classique.

Tableau N°10

Spectacle		Cognitif		Convivialité		Spectacle		Cognitif		Convivialité	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0,95	1	0,8	1	1	1	0,75	1	1	1
1	1	0,6	0,95	0,5	0,7	1	1	0,75	1	1	1
0,95	1	0,3	0,5	0,3	0,4	1	1	0,75	1	0,9	1
0,9	1	0,2	0,25	0,2	0,2	1	1	0,65	1	0,9	1
0,75	0,9	0	0,1	0,05	0,1	1	1	0,55	1	0,75	0,95
0,35	0,65	0	0	0	0,05	1	1	0,4	0,9	0,6	0,85
0,2	0,35	0	0	0	0	0,6	1	0,4	0,85	0,4	0,7
0	0,15	0	0	0	0	0,3	0,95	0,15	0,8	0,15	0,45
0	0,05	0	0	0	0	0,1	0,6	0	0,65	0	0,1
0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0,3	0	0

=

Spectacle		Cognitif		Convivialité	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
1	1	1	1	1	1
1	1	0,71	1	0,8	1
1	1	0,45	0,95	0,5	0,7
0,95	1	0,23	0,5	0,27	0,4
0,9	1	0,13	0,25	0,18	0,2
0,75	0,9	0	0,1	0,04	0,095
0,35	0,65	0	0	0	0,0425
0,12	0,35	0	0	0	0
0	0,14	0	0	0	0
0	0,03	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

7-2 Calcul des espérances mathématiques.

Tableau N°11

Spectacle	MIN	MAX
0-0.1	1	1
0.1-0.2	1	1
0.2-0.3	1	1
0.3-0.4	0,95	1
0.4-0.5	0,9	1
0.5-0.6	0,75	0,9
0.6-0.7	0,35	0,65
0.7-0.8	0,12	0,35
0.8-0.9	0	0,14
0.9-1	0	0,03
Σ	6,07	7,07
ε	0,61	0,71

Cognitif	MIN	MAX
0-0.1	1	1
0.1-0.2	0,71	1
0.2-0.3	0,45	0,95
0.3-0.4	0,23	0,5
0.4-0.5	0,13	0,25
0.5-0.6	0	0,1
0.6-0.7	0	0
0.7-0.8	0	0
0.8-0.9	0	0
0.9-1	0	0
Σ	2,52	3,8
ε	0,25	0,38

Convivialité	MIN	MAX
0-0.1	1	1
0.1-0.2	0,8	1
0.2-0.3	0,5	0,7
0.3-0.4	0,27	0,4
0.4-0.5	0,18	0,2
0.5-0.6	0,04	0,095
0.6-0.7	0	0,043
0.7-0.8	0	0
0.8-0.9	0	0
0.9-1	0	0
Σ	2,79	3,438
ε	0,28	0,34

Nous obtenons ainsi le sous ensemble Φ flou suivant :

[0,61 0,71]	[0,25 0,38]	[0,28 0,34]
-------------	-------------	-------------

Pour obtenir le classement entre les trois propriétés étudiées, le spectacle, l'apport cognitif et la convivialité, une façon simple de procéder est de retenir la moyenne des intervalles des espérances mathématiques.

0,66	0,32	0,31
------	------	------

Ce qui donne la relation de préférence :

$P_1 \succ P_2 \succ P_3$
---------------------------

On constate que les valeurs des propriétés  $P_2$  et  $P_3$  sont très proches.

### **8-EQUIVALENT MONETAIRE DE LA DISTRIBUTION DE L'UTILITE.**

A partir du dernier résultat obtenu, il est possible d'établir les équivalents monétaires des valeurs calculées des préférences pour chacune des propriétés de l'utilité sociale.

#### 8-1 Principes.

Nous retiendrons, comme dans notre travail précédent (Nov 2003) les principes suivants.

1-On suppose que l'on va au ciné-club d'abord pour voir un bon film. Donc si on hésite pour y aller, on hésite d'abord entre deux spectacles, le deuxième spectacle étant supposé probablement aussi être un film. On peut donc poser que l'utilité du film de ciné-club est au moins égale à celle du film substitut .

2-Ce prix est considéré comme la disposition à payer maximale pour le film substitut, puisqu'on choisit finalement le ciné-club.

3-Le prix demandé aux adhérents-bénéficiaires pour une séance est inférieur au prix de la séance sur le marché substituable privé.

4-On considèrera dans notre application que ce prix est de 7€ .

#### 8-2 Equivalent monétaire .

Nous considèrerons les coefficients suivants :

$$\text{Spectacle} : \frac{(0.61+0.71)}{2.57} = 0.51$$

$$\text{Cognitif} : \frac{(0.25+0.38)}{2.57} = 0.25$$

$$\text{Convivialité} : \frac{(0.28+0.34)}{2.57} = 0.24$$

Si l'on retient, comme nous l'avons proposé la valeur de 7€ comme valeur d'opportunité de la séance de ciné-club, alors nous pouvons proposer les équivalents monétaires suivants pour les propriétés d'une séance.

$$\underline{\text{Spectacle}} = 7€ * 0.51 = 3.57€$$

$$\underline{\text{Cognitif}} = 7€ * 0.25 = 1.75€$$

$$\underline{\text{Convivialité}} = 7€ * 0.24 = 1.68€$$

## 9-CONCLUSION.

La mesure de l'équivalent monétaire de chacune des propriétés n'est qu'une des possibilités offertes à l'application de la construction de l'experton pondéré. L'élaboration d'une matrice de dissemblance permettrait de faire apparaître probablement des écarts dans les jugements des acteurs interrogés qui offriraient très certainement des perspectives d'analyse des causes de la dispersion des jugements.

La méthode utilisée, celle du calcul des expertons, bien que relativement peu fréquente dans les applications requérant la logique floue, nous semble lever quelques restrictions concernant les méthodes que nous avons utilisées jusqu'ici pour mesurer l'utilité sociale des OES.

Ce papier constitue donc la deuxième étape de notre recherche. Nous sommes passés d'une mesure de l'utilité sociale à partir d'un protocole de choix entre des valeurs proposées, à un protocole de choix flous. Il reste que nous ne prenons en compte qu'un aspect de l'utilité sociale, l'utilité sociale « appropriable ». Une partie de celle-ci est probablement inappropriable, diffuse, commune. L'identifier dans le but de la mesurer « correctement » constituera une autre étape de notre démarche de recherche.



## **Bibliographie.**

**Club CRIN** (1997) Evaluation subjective: Méthodes, application, enjeux. (167p). Paris Les cahiers du club CRIN.

**GARRABÉ M.** (Nov 2003) : Utilité sociale et capital social interne. GRES N° 12 (18p) CEP-Université de Montpellier [www.creslr.org/ores/travaux.asp](http://www.creslr.org/ores/travaux.asp).

**KAUFMANN A.** (1977) Introduction à la théorie des sous ensembles flous 4 volumes Paris Masson

**KAUFMANN A.** (1987) : Les experts Paris HERMES

**LECARDINAL G. et ZALILA Z.** (1992): Traitement des avis d'experts par experts : application à un jury d'architecture Deuxième journées nationales sur les applications des ensembles flous Nîmes Nov (pp267-273).

**LEVRAT E. VOISIN A. BOMBARDIER S. et BRÉMONT J.** (1997) : Subjective evaluation of car comfort with fuzzy set techniques International Journal of Intelligent Systems vol 12 (pp891-913).

**PONSARD C.** (1974) : L'imprécision et son traitement en analyse économique. Document de travail N°4 Institut de Mathématiques Economiques (24p) Dijon.

**PONSARD C.** (1986) : Modèles mathématiques flous en économie. Document de travail N°94 Institut de Mathématiques Economiques (16p). Dijon.

**SAMBUC R.** (1975) : Fonctions phi-floues, application à l'aide au diagnostic médical en pathologie thyroïdienne Thèse Faculté de Médecine Marseille

**SANDRI S.A.** (1997) : Elicitation, pooling and assessment of expert opinion in the possibilistic framework in Fuzzy information engineering: a guided tour of applications DUBOIS D., PRADE H. et YAGER R. eds Wiley New York (pp123-133).

**SANGALI A.** (2001) : Eloge du flou. Presses de l'Université de Montréal Québec.