

Chapitre 9- IMPRECISION, POSSIBILITÉS ET ÉVALUATION DE PROJETS

1-INCERTITUDE ET IMPRECISION DANS L'ÉVALUATION.

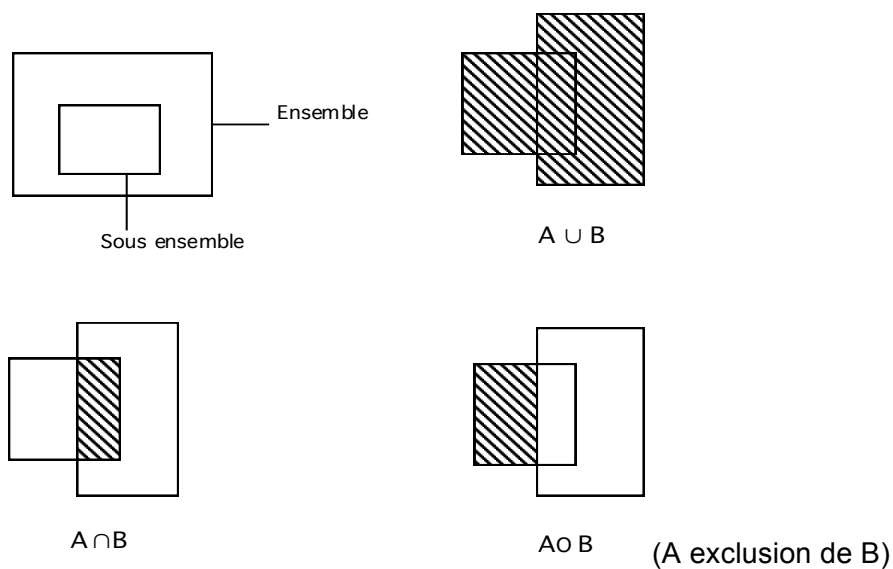
Dans la mise en oeuvre des évaluations financière et économique de projets, il est fréquent de ne disposer que d'une information incomplète. L'incomplétude de l'information n'est pas seulement liée à la stratégie des agents qui refusent de révéler les données qu'ils détiennent, mais aussi à la difficulté de quantifier l'information, et cela d'autant plus qu'il est souvent nécessaire d'effectuer des quantifications prévisionnelles. De telle sorte que s'ajoute à l'incertitude des prévisions, leur imprécision. Incertitude et imprécision sont deux concepts qui doivent être distingués soigneusement. Ainsi, considérons le cas d'un investisseur qui recherche un financement pour un projet. Il peut se voir répondre par un intermédiaire financier interrogé sur l'octroi d'un prêt: "peut être" et à "peu près". Ce qui signifierait: « je vous prêterai peut être, à peu près telle somme ».

Dans l'évaluation économique des projets, cette situation, est assez fréquente. Ainsi, lorsqu'on ne sait pas très bien quelles sont les conséquences écologiques d'une technique (engrais, pesticide, transgénique, en agriculture, ou nucléaire dans l'industrie, par exemple), la présence d'effets négatifs anticipés à prendre en compte, est entachée d'incertitude. Mais au delà de l'incertitude d'occurrence d'une perte d'utilité, l'importance de cette perte elle-même peut-être imprécise, floue. Dans ce cas, le recours aux méthodes traditionnelles du calcul économique, est insuffisant à résoudre la difficulté entièrement. La prise en compte de l'occurrence d'un effet négatif requiert généralement le calcul des probabilités, lorsque le risque est mesurable (objectivement ou subjectivement). En cas d'incertitude (non mesurabilité du risque), l'on peut avoir recours à un certain nombre de critères (WALD, HURWITCZ, SAVAGE..). Cependant, la mesure de l'imprécision nécessite de nouveaux outils. La théorie des sous ensembles flous et la théorie des possibilité semblent les proposer.

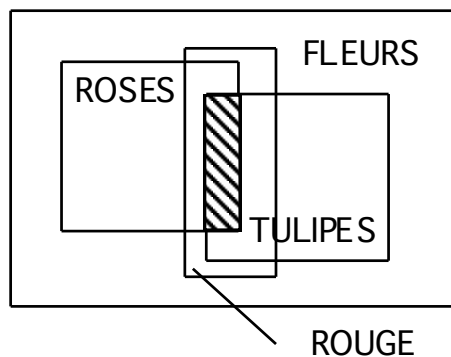
2-LOGIQUE CLASSIQUE ET LOGIQUE FLOUE.

Les opérations les plus importantes sur les ensembles sont l'union, l'intersection et l'exclusion¹.

¹ SCHOLTEN H.(1994): Logique floue et régulation PID Paris [Publitronic](#).



Sur le diagramme de Venn qui suit, nous voyons l'ensemble fleurs et les sous ensembles roses, tulipes et rouge. Ce qui permet de repérer facilement, le sous ensemble tulipes et roses rouges, comme l'intersection des trois sous ensembles.



Les outils de la logique binaire semblent à priori suffisants pour identifier précisément les différents sous ensembles. Sauf que, si la définition d'un sous ensemble TULIPES, par exemple, ne pose pas de problème (sous certaines conditions), contraire la définition du sous ensemble ROUGE lui peut en poser suivant les acceptations de chacun.

« (SCHOLTEN p61-62) Nous pouvons nous représenter un certain nombre de fleurs classées en une rangée qui commencerait par ASSURÉMENT ROSE et finirait par ASSURÉMENT ROUGE.

La plupart des gens les disposeraient probablement dans le même ordre, mais tout le monde ne placerait pas sur la même fleur la frontière entre le rose et le rouge. Si on interroge cent personnes, il est prévisible qu'elles seront partagées. C'est seulement à partir d'une certaine fleur que personne ne parlera de rose, à partir d'une certaine autre que tout le monde parlera de rouge. Nous pouvons dire que ces fleurs appartiennent à 100% à leur ensemble respectif. Pour les fleurs qui se situent entre les deux, on peut

indiquer par un pourcentage la fréquence avec laquelle elles sont qualifiées de rose ou de rouge. De cette manière on peut établir une classification selon laquelle un élément appartient pour une part à un ensemble, pour une autre part à un autre ensemble. Cette classification est représentée par un nombre compris entre 0 et 1, que nous pouvons considérer aussi comme un pourcentage entre 0 et 100%.

Ainsi une fleur peut être 0,375 rose ou bien 0,56 rouge. Cette caractéristique s'appelle degré d'appartenance à un ensemble donné.

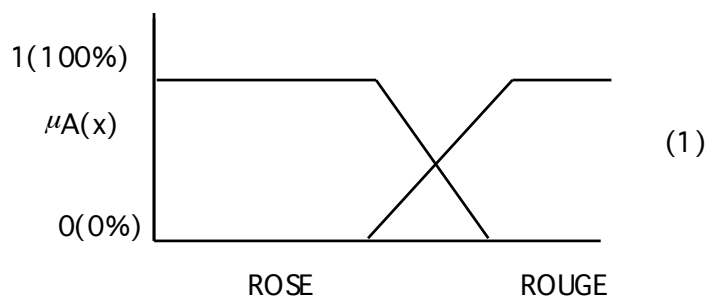
Le degré d'appartenance d'un élément x à un ensemble A est souvent symbolisé par $\mu_A(x)$.

Le mathématicien et philosophe Bertrand Russell remarqua: « Toute la logique traditionnelle suppose que des symboles précis sont utilisés. De ce fait elle ne peut pas s'appliquer à notre vie terrestre, mais seulement à une existence céleste imaginaire ».

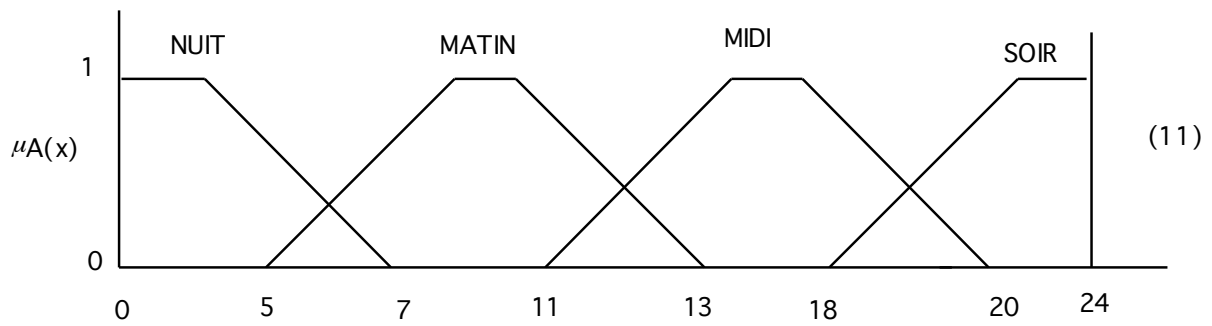
Il apparaît en pratique que la théorie de la logique floue correspond effectivement mieux à la vie réelle que la logique binaire traditionnelle. Prenons encore comme exemple la distinction, qui semble floue, entre gens très jeunes, jeunes, vieux et très vieux....

Les transitions entre deux ensembles, comme rouge et rose par exemple, peuvent être décrites par des formules mathématiques plus ou moins compliquées. La description de ces transitions est importante pour l'application et l'applicabilité d'une solution de logique floue.»

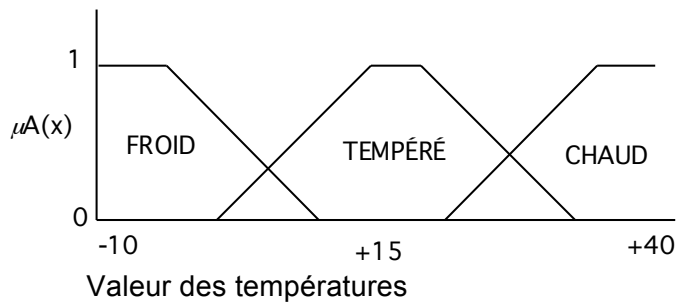
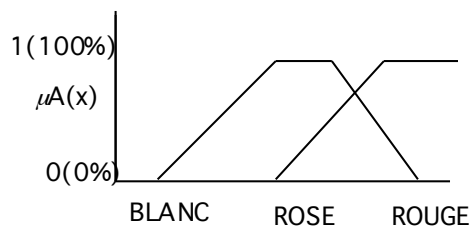
On peut définir une fonction d'appartenance. Le degré d'appartenance d'un élément x à un ensemble A est souvent symbolisé nous l'avons dit par $\mu_A(x)$. Dans le cas des couleurs rose et rouge, nous aurons la représentation suivante, sur la base d'une figuration des sous ensembles par des trapèzes..



Dans le cas des sous ensembles qui constituent l'ensemble jour (24 heures), nous avons.

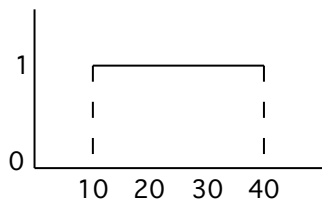


(1) peut aussi s'écrire:



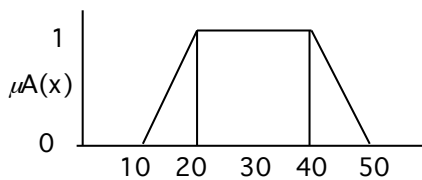
La forme de la droite peut rester ouverte, (pas de borne à la qualification de chaud).

Ensemble net (crisp set).



Chaud (10,40).

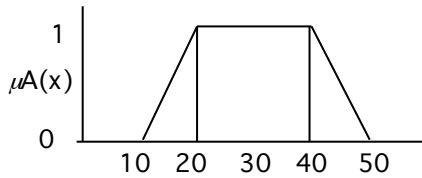
Ensemble flou (fuzzy set).



Chaud [(10,0),(15,0,5),(20,1),(30,1),(40,1),(45,0,5),(50,0)]

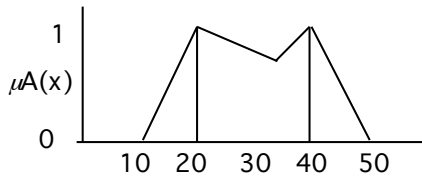
$$A \{ (x, \mu_A(x)) | x \in X \}$$

On pose comme condition qu'un ensemble flou doit être convexe.

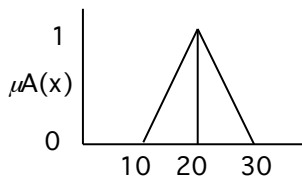


Le support est [10,50]
Le noyau [20,40]

Intervale flou convexe.



Intervale flou non convexe.



Nombre flou.

Fonctions d'appartenance .

\neg = non

I = et

U = ou

\Rightarrow = si, alors

\Leftrightarrow = si et seulement si.

(I) et = degré d'appartenance minimal

(U) ou = degré d'appartenance maximal

(\neg) non = 1- degré d'appartenance.

Exemple : Un objet appartient à 100% à l'ensemble FLEUR et est rouge à 80%.

-L'ensemble FLEUR ROUGE est MIN =0,8

-L'ensemble FLEUR OU ROUGE est MAX =1

-L'ensemble FLEUR NON ROUGE est $1-0,8=0,2$.

3-ÉMERGENCE DE L'ANALYSE DE POSSIBILITÉ.

En 1920 J.Lukasiewicz, étend les principes de la logique classique en associant à ses valeurs traditionnelles, vrai (1), et faux (0), le doute (1/2). Par la suite d'autres auteurs ont développé de nombreuses formes de logique multivalente (Bouchon-Meunier B. (93), jusqu'à L.A.Zadeh en 1965. Celui-ci, dès 1965, avec la théorie des sous-ensembles flous, le principe de l'existence de toute valeur intermédiaire entre 0 et 1. Cette extension de la logique classique utilisera des quantificateurs et des qualificatifs de vérité, flous, (généralement vrai, peu vrai...).

La théorie de l'évidence de G.Shafer(76), concernera la modélisation et la quantification de la crédibilité attribuées à des faits, sous la forme de fonctions de croyance. Enfin, la théorie des possibilités, développée par L.A.Zadeh, à partir de 1978, permettra de représenter l'imprécision sous la forme d'ensembles flous, et de quantifier l'incertitude, sous la forme d'une paire de nombre possibilité/nécessité (Dubois-Prade 87). Ce sont de tels quantificateurs qui peuvent être utilisés, sur des variables valuées, en l'absence d'informations fréquentielles.

Dans le domaine de l'évaluation possibiliste, on peut considérer G.L.S. Shackle comme un précurseur. Il écrivait en effet (67 p10) "Dans l'analyse de la décision, nous pouvons aller au-delà d'un simple dualisme possible-impossible. L'incertitude, comme on l'entend d'habitude, implique une autre forme de doute que l'opposition entre plusieurs hypothèses classées possibles et d'autres classées impossibles".

Shackle introduit les concepts de surprise potentielle nulle², correspondant à la possibilité parfaite, et de surprise potentielle maximale correspondant à l'impossibilité. Il propose également d'envisager une situation de continuité entre ces deux valeurs.

Il écrivait encore (p109)"...lorsqu'un nombre a été retenu pour représenter la surprise maximum absolue y^* , et qu'un autre a été retenu pour représenter la surprise potentielle minimum y_0 , on peut fort bien pour les besoins de l'analyse, supposer que la surprise potentielle peut prendre toute valeur, sur la droite des réels entre ces deux nombres réels, ceux-ci compris.

4-INFORMATION, CONVICTION ET EVALUATION DE POSSIBILITÉ.

Une évaluation économique donnée (E_i), peut être, dans un certain nombre de cas, considéré comme une prévision imprécise et incertaine sur un événement, et donc peut être représenté par un intervalle flou, ou un nombre flou.

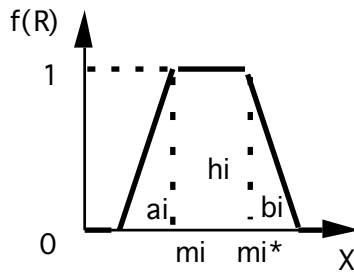
Chaque intervalle flou (E_i) multimodal, est représenté par un quintuplet de valeur:

²Ce concept de surprise minimale n'a rien à voir avec celui de D.Pearce (1990).

$$E_i = (m_i, m_i^*, a_i, b_i, h_i)$$

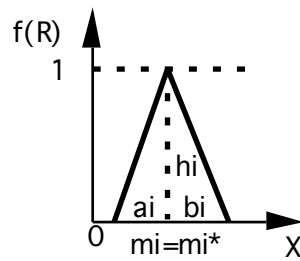
avec:

- m_i et m_i^* , les valeurs modales inférieures et supérieures de E_i , (m_i et m_i^*) peuvent être confondues, pour une valeur précise de la prévision,
- a_i et b_i les étalements à gauche et à droite,
- h_i la hauteur.



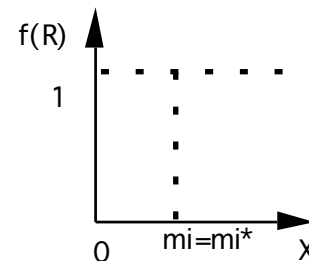
$$E_i = (m_i, m_i^*, a_i, b_i, h_i)$$

Intervalle flou



$$E_i = (m_i = m_i^*, a_i, b_i, h_i)$$

Valeur floue

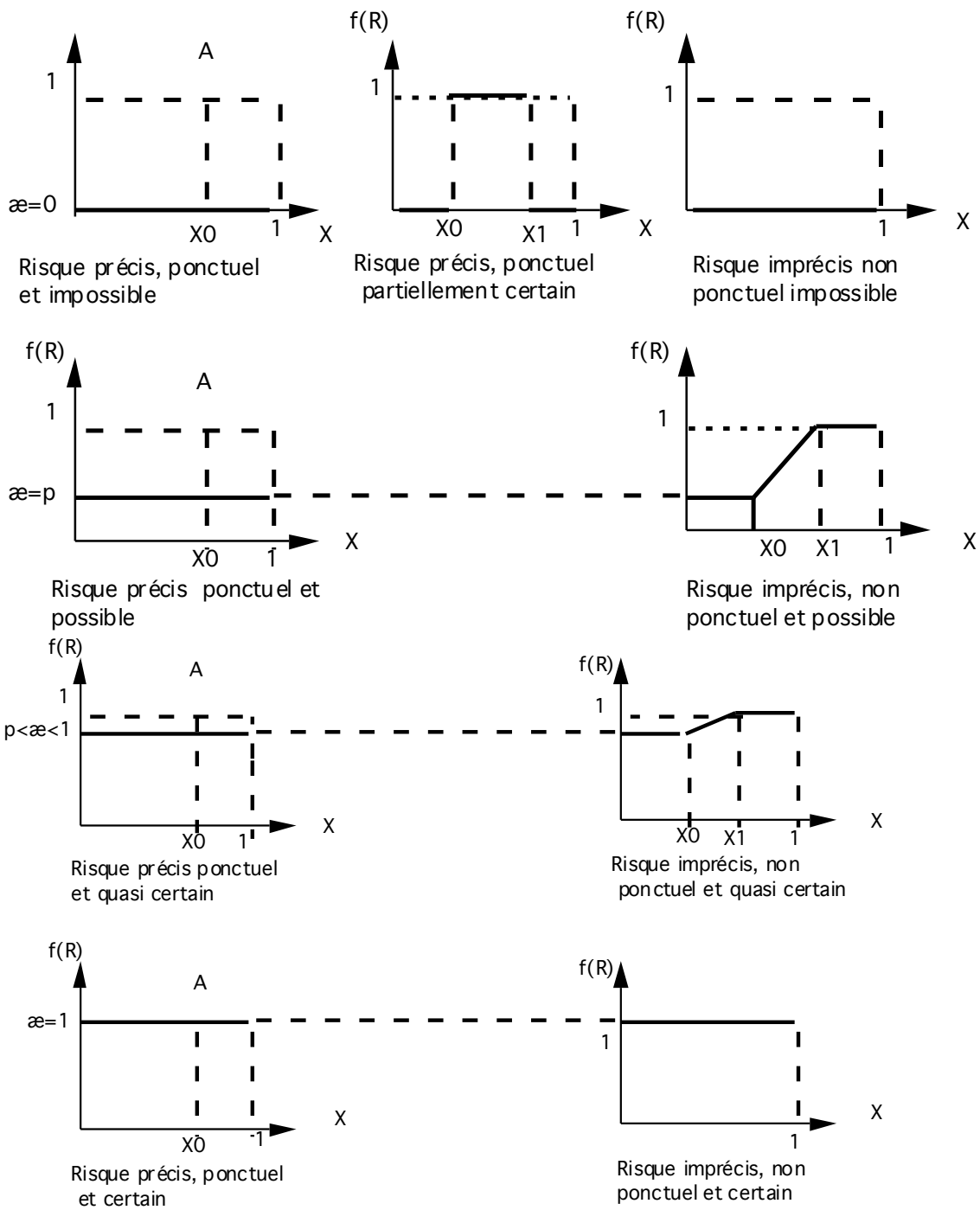


$$E_i = (m_i = m_i^*, 0, 0, 1)$$

Valeur précise

Lorsque $E_i = (m_i = m_i^*, 0, 0, 1)$, alors cela signifie que la prévision est précise et certaine, ce qui montre que l'expertise parfaite est un cas limite de l'expertise floue.

De telle sorte que l'on peut décrire, quelques unes des situations de possibilité des expertises controversées floues, par les figures suivantes. Lorsque le degré de conviction de certitude relatif à un événement est nul, alors cela signifie que l'événement est considéré comme impossible. Au contraire, lorsque le degré de conviction est égal à 1, alors l'événement est considéré comme certain.



La théorie des possibilités permet de prendre en compte, à la fois l'imprécision de l'information disponible (difficulté à l'exprimer clairement), et son incertitude (doute sur son occurrence ou sa validité). Elle propose la mesure de deux indicateurs. Une mesure de possibilité, qui donne une information sur l'apparition d'un évènement A sur l'ensemble de référence X, mais n'est pas suffisante pour décrire l'incertitude existante sur cet

évènement, et une mesure de nécessité utilisée pour mesurer le degré avec lequel la réalisation de A est certaine, (Dubois-Prade 87).

Une mesure de possibilité se définit ainsi: sur un ensemble fini, X, on attribue à tout sous ensemble de X (A,B), un coefficient entre 0 et 1, mesurant sa possibilité d'existence. Ce coefficient résulte d'une mesure de possibilité qui est une fonction définie de l'ensemble $V(X)$ des parties de X à valeurs dans [0,1]. De telle sorte que:

$$\forall A \in V(X), B \in v(X)$$

$$\Pi(A \cup B) = \max[\Pi(A), \Pi(B)]$$

Une mesure de possibilité fournit une information sur l'occurrence d'événements (A,B) relatifs à X, mais ne permet pas de décrire leur incertitude.

Une mesure de nécessité est une fonction définie sur $V(X)$, des parties de X à valeurs dans [0,1], telle que :

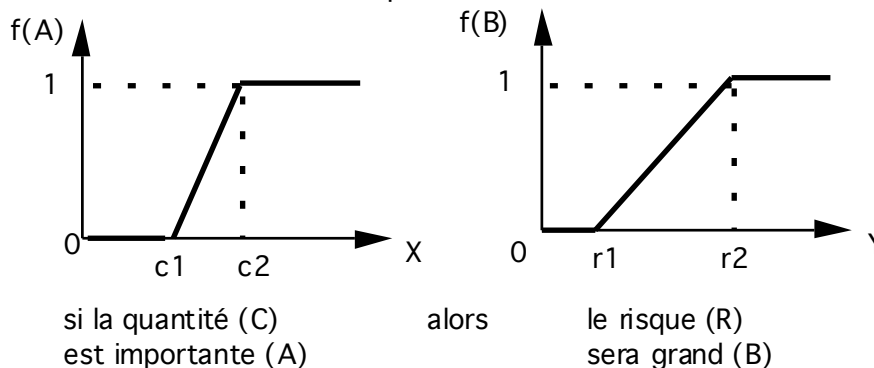
$$\forall A \in V(X), B \in v(X)$$

$$R(A \cap B) = \min[R(A), \Pi(B)]$$

5-EVALUATION POSSIBILISTE DE VARIABLES LINGUISTIQUES.

Une variable linguistique est décrite par un triplet, une variable (A), définie sur un univers (X) appartenant, à un sous ensemble de X (C).

Ainsi, soit le propos d'expertise floue sous controverse suivant: " si la quantité de (C), est (A) (importante), alors le risque (R), sera grand (B) ". Soit $f(A)$ et $f(B)$ les fonctions d'appartenance de (C) et de (R) respectivement, les variables (C) et (R) étant définis sur des univers X et Y de nombres réels positifs.



Le risque est grand, est une proposition floue, qui induit une distribution de possibilité de $\pi_{R,B}$ sur Y, définie à partir d'une fonction d'appartenance associée à R telle que:

$$\forall y \in Y, \pi_{R,B}(y) = f_B(y)$$

Soit r, le risque estimé, Y, l'ensemble des risques possibles, et B, un type de risque flou (grand...).

Dans le cas d'une proposition floue incertaine, par exemple Y est B avec un degré d'incertitude α pour $B \in T$, (grand, moyen, petit..), tout élément a un degré de possibilité d'occurrence au moins égal à α . Une telle proposition floue est associée à la distribution de possibilité obtenue en tronquant la base de celle associée à "Y est B" par une droite horizontale d'ordonnée α , et donnée par :

$$\forall y \in Y, \pi'(y) = \max(\pi(y) \alpha)$$

Si B est certain:

$$\forall y \in Y, \pi_{R,B}(y) = 1$$

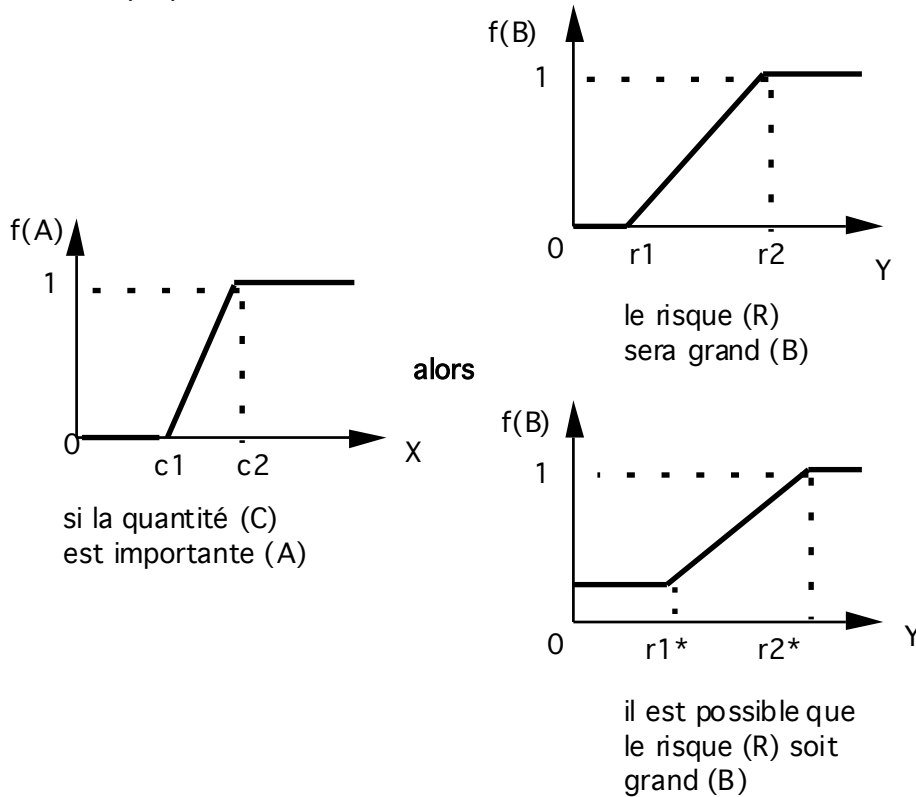
$$\forall y \notin Y, \pi_{R,B}(y) = 0$$

Si B est incertain:

$$\forall y \in Y, \pi_{R,B}(y) = 1$$

$$\forall y \notin Y, \pi_{R,B}(y) = \alpha$$

Si on observe deux catégories de propos d'expertise "la quantité de (C), est importante (A) , le risque (R), est grand (B)", d'une part et " la quantité de (C), est importante (A), il est possible que le risque (R), soit grand (B)", d'autre part, alors se pose la question de l'union des deux propositions floues.



6-PRINCIPES D'AGREGATION D'EXPERTISES FLOUES.

Pour agréger les différentes expertises en une information unique d'aide à la décision, on dispose soit du recours à l'union, soit du recours à l'intersection. L'union consiste à retenir, tout espace de conviction considéré comme pertinent par au moins un expert, en excluant tout ce qu'au moins l'un d'entre eux exclut. De plus l'union ne privilégie pas, l'espace de conviction partagé par certains ou par tous.

L'intersection privilégie la conviction commune, mais écarte une partie de l'information disponible.

Chaque quantité floue représentant un état de l'expertise collective (Ec), doit être considérée comme une union d'intervalles flous.

On sait, que l'union de deux sous ensemble flous A et B de X, est le sous ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus grand de leur degré d'appartenance, donné par $f(A)$ et $f(B)$. Elle est définie comme l'élément $D = A \cup B$ de $F(X)$ tel que:

$$\forall x \in X, f_D(x) = \max f(A), f(B)$$

Si $D = A \cup B \cup \dots \cup N$, alors:

$$\forall x \in X, f_D(x) = \max f(A), f(B), \dots, f(N)$$

Dans le cas de deux intervalles flous $E1$ et $E2$ trapézoïdaux, on peut obtenir, la quantité multimodale $f(E1, E2)$, comme l'union des intervalles flous obtenus, en combinant chacun des intervalles composant $E1$ avec chacun des intervalles flous composant $E2$. Cette combinaison s'effectue sur des intervalles de même hauteur grâce à l'effet de troncature (Dubois-Prade 87 pp 46-47).

Ainsi la quantité floue $E1(+)\ E2$ est un intervalle flou E , définit par le quintuplet (m, m^*, a, b, h) , tel que:

$$\begin{aligned} -h &= \min(h1, h2) \\ -a &= h(a1/h1 + a2/h2) \\ -b &= h(b1/h1 + b2/h2) \\ -m &= m1 + m2 - a1 - a2 + a \\ -m^* &= m1^* + m2^* + b1 + b2 - b \end{aligned}$$

La démarche d'évaluation de possibilité à partir d'utilisation de quantificateurs non fréquentiels nécessite de disposer d'une information quantitative. Si l'on exclue l'hypothèse de valuation des variables linguistiques, alors l'opération d'union d'intervalles flous devient impossible et il convient de rechercher une autre solution.

7-PRODUIT D'INTERVALLES FLOUS.

Un espace d'accueil d'entreprise devrait accueillir 20 entreprises, dont on attend la création en moyenne de 6 emplois locaux par installation. Le nombre d'entreprise qui s'installeront sera compris entre 16 et 23, plus vraisemblablement entre 18 et 21 (aux vues des contacts pris). Le nombre d'emplois créés devrait se situer entre 4 et 8, plus vraisemblablement entre 5 et 7.

1-Avec une information certaine.

-Evaluation certaine: $(\text{prob} = 1)20 \cdot 6 = 120$

2-Avec information probabilisable :

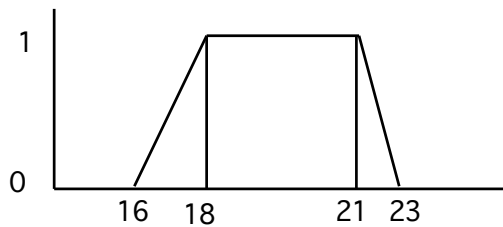
Il y a 90% de chance que les 20 entreprises s'installent.

-Evaluation (avec une probabilité subjective ou objective) de 0,9 ; $(20 \cdot 6)0,9 = 108$.

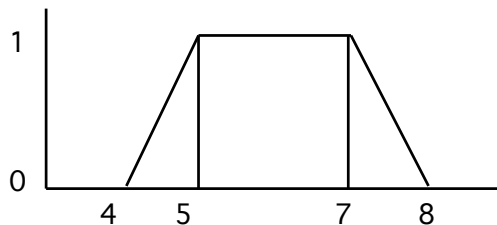
3-Avec une information floue:

Les hypothèses sont les suivantes: convexité des intervalles et valeur unitaire pour h.

On construit les intervalles flous:



$$\begin{aligned} m_A &= 18 \\ m^*A &= 21 \\ a_A &= 2 \\ b_A &= 2 \\ h_A &= 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} m_B &= 5 \\ m^*B &= 7 \\ a_B &= 1 \\ b_B &= 1 \\ h_B &= 1 \end{aligned}$$

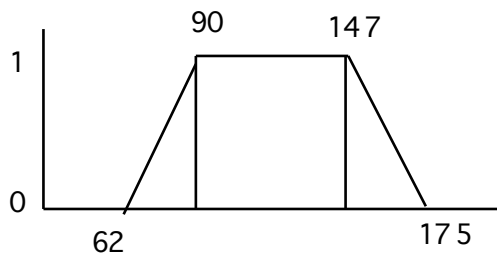
Si $h=1$, ce qui est le cas, les caractéristiques du nouvel intervalle flou solution, sont données par la formulation suivante.

$$A \otimes B = m_A.m_B; m^*A.m^*B; m_A.a_B + m_B.a_A; m_A.b_B + m_B.b_A$$

avec:

$$\begin{aligned} m_A.m_B &= m_C \\ m^*A.m^*B &= m^*C \\ m_A.a_B + m_B.a_A &= a_C \\ m_A.b_B + m_B.b_A &= b_C \end{aligned}$$

Ce qui donne le nouvel intervalle flou suivant.



$$\begin{aligned} m_C &= 90 \\ m^*C &= 147 \\ a_C &= 28 \\ b_C &= 28 \\ h_C &= 1 \end{aligned}$$

Ce qui signifie que le nombre d'emploi créés se situera entre 62 et 175, et plus vraisemblablement entre 90 et 147.

8-SOMME DE DEUX INTERVALLES FLOUS.

Un nouveau projet de développement local, pourrait créer entre 8 et 15 Mls de valeur ajoutée directe, vraisemblablement entre 10 et 12 Mds. On peut aussi attendre que ces effets directs soient l'origine d'une création de valeur ajoutée indirecte comprise entre 25 et 35 Mds, mais plutôt entre 28 et 33 Mds.

La quantité floue $A \oplus B$, où A et B sont des intervalles flous trapézoïdaux, est un intervalle flou (m, m^*, a, b, h) , ou:

$$h = \min(h_A, h_B) \text{ (effet de troncature),}$$

$$a = h \cdot \left[\frac{aA}{hA} + \frac{aB}{hB} \right]$$

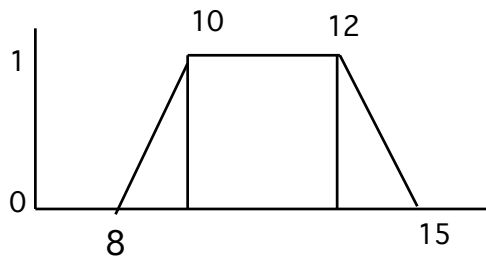
$$b = h \cdot \left[\frac{bA}{hA} + \frac{bB}{hB} \right]$$

$$m = mA + mB - aA - aB + a$$

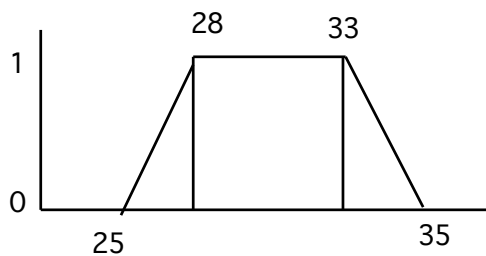
$$m^* = m^*A + m^*B + bA + bB - b$$

Lorsque $h=1$, nous avons la formulation réduite suivante:

$$A \oplus B = [mA + mB; m^*A + m^*B; aA + aB; bA + bB]$$

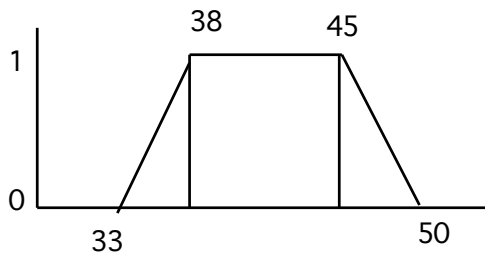


$$\begin{aligned} mA &= 10 \\ m^*A &= 12 \\ aA &= 2 \\ bA &= 3 \\ hA &= 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} mB &= 28 \\ m^*B &= 33 \\ aB &= 3 \\ bB &= 2 \\ hB &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \oplus B &= 10 + 28; 12 + 33; 2 + 3; 3 + 2. \\ A \oplus B &= 38; 45; 5 : 5. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} mC &= 38 \\ m^*C &= 45 \\ aC &= 5 \\ bC &= 5 \\ hC &= 1 \end{aligned}$$

La valeur ajoutée attendue serait donc comprise entre 32 et 50MdsFF, plus vraisemblablement entre 38 et 45Mds FF.

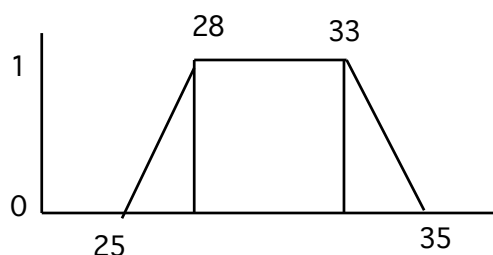
9-INTERSECTION DE DEUX INTERVALLES FLOUS.

Reprenons le cas précédent, en considérant que le nouveau projet de développement local, pourrait entraîner entre 8 et 15 Mls de perte de valeur ajoutée directe,

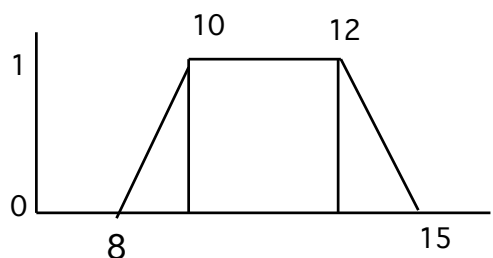
vraisemblablement entre 10 et 12 Mds, mais soit à l'origine d'une création de valeur ajoutée comprise entre 25 et 35 Mds, mais plutôt entre 28 et 33 Mds.

En supposant la convexité des ensemble et une valeur unitaire de h , la formulation réduite s'écrit alors:

$$\mathbf{A(-)B = (mA - m^*B; m^*A - mB; aA + bB; bA + aB)}$$

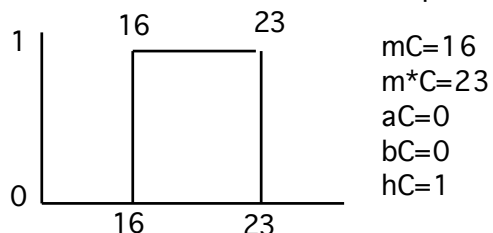


$$\begin{aligned} mB &= 28 \\ m^*B &= 33 \\ aB &= 3 \\ bB &= 2 \\ hB &= 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} mA &= 10 \\ m^*A &= 12 \\ aA &= 2 \\ bA &= 3 \\ hA &= 1 \end{aligned}$$

L'intervalle flou résultat sera un crisp set ayant les caractéristiques suivantes.



$$\begin{aligned} mC &= 16 \\ m^*C &= 23 \\ aC &= 0 \\ bC &= 0 \\ hC &= 1 \end{aligned}$$

Le solde de la valeur ajoutée créée par le projet déduction faite de la valeur ajoutée détruite, sera donc compris de façon certaine entre 16 et 23 Mds FF.

10-EVALUATION DE POSSIBILITE DES EFFETS D'UN PROJET (cas général).

Dans ce cas, l'hypothèse de convexité est maintenue, mais pas celle de l'unicité de la valeur de h .

Un projet est susceptible de produire quatre catégories d'effets sur un espace.

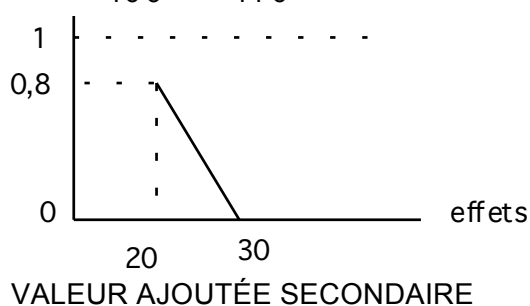
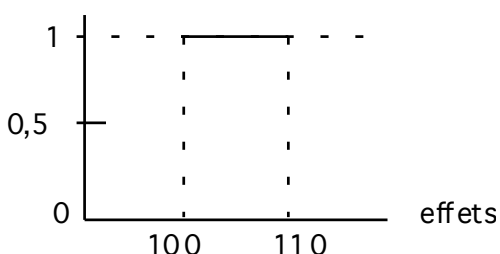
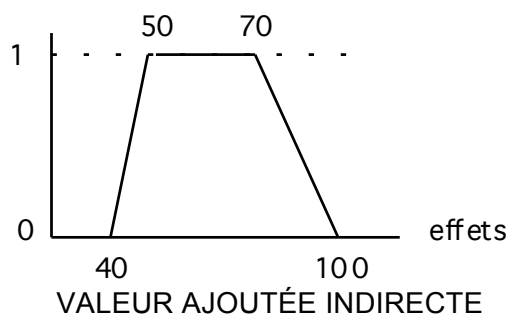
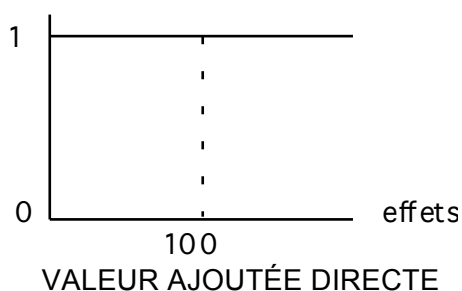
-Une valeur ajoutée directe certaine (A) de 100.

-Une valeur ajoutée indirecte certaine mais imprécise (B) (données statistiques manquantes) pouvant varier entre 40 et 100, mais d'un montant vraisemblable situé entre 50 et 70.

-Une valeur ajoutée secondaire incertaine et imprécise (C). Si les dépenses sont effectuées dans la zone étroite considérée, alors on peut espérer une valeur ajoutée de l'ordre de 100 à 110. Mais il n'y a que 50% de chance qu'il en soit ainsi.

-Enfin des effets externes positifs (D), sont possibles, bien qu'incertains. Il y a 80% de chance que la valeur de tels effets soit de 20, mais 0% de chance qu'elle soit de plus de 30.

Les différents effets peuvent être représentés par des quantités floues dont les distributions sont les suivantes.



$m_A=100$	$m_B=50$	$m_{C1}=0$	$m_{C2}=100$	$m_{D1}=0$	$m_{D2}=20$
$m^*A=100$	$m^*B=70$	$m^*C1=0$	$m^*C2=110$	$m^*D1=0$	$m^*D2=20$
$a_A=0$	$a_B=10$	$a_{C1}=0$	$a_{C2}=0$	$a_{D1}=0$	$a_{D2}=0$
$b_A=0$	$b_B=30$	$b_{C1}=0$	$b_{C2}=0$	$b_{D1}=0$	$b_{D2}=10$
$h_A=1$	$h_B=1$	$h_{C1}=0,5$	$h_{C2}=1$	$h_{D1}=1$	$h_{D2}=0,8$

Les quantités floues sont donc les suivantes:

$A=(100, 100, 0, 0, 1)$

$B=(50, 70, 10, 30, 1)$

$C = C1 \cup C2 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5) \cup (100, 110, 0, 0, 1)$

$D = D1 \cup D2 = (0, 0, 0, 0, 0, 1) \cup (20, 20, 0, 10, 0, 8)$

La somme des effets étudiée s'écrit:

$$E = \bigcup_{i=1,2} \bigcup_{j=1,2} (A \oplus B \oplus C_i \oplus D_j)$$

Le résultat sera une quantité floue multimodale, résultant de l'union des intervalles flous, obtenue, en combinant chacun des intervalles flous composant un ensemble avec les intervalles flous composant les autres ensembles (DUBOIS et PRADE).

$$\boxed{E = (A \oplus B \oplus C_1 \oplus D_1) \cup (A \oplus B \oplus C_1 \oplus D_2) \cup (A \oplus B \oplus C_2 \oplus D_1) \cup (A \oplus B \oplus C_2 \oplus D_2)}$$

$$(A \oplus B \oplus C_1 \oplus D_1) = (145, 185, 5, 15, 0,5)$$

Les valeurs de ce premier intervalle sont les suivantes :

$$h = 0,5$$

$$a = 0,5 \left[\frac{10}{1} + \frac{0}{0,5} \right] = 5$$

$$b = 0,5 \left[\frac{30}{1} + \frac{0}{0,5} \right] = 15$$

$$m = 150 + 0 - 10 - 0 + 5 = 145$$

$$m^* = 170 + 0 + 30 + 0 - 15 = 185$$

$$(A \oplus B \oplus C_1 \oplus D_2) = (165, 209, 5, 21, 0,5)$$

Les valeurs de ce deuxième intervalle sont les suivantes :

$$h = 0,5$$

$$a = 0,5 \left[\frac{5}{0,5} + \frac{0}{8} \right] = 5$$

$$b = 0,5 \left[\frac{15}{0,5} + \frac{10}{0,8} \right] = 21$$

$$m = 145 + 20 - 5 - 0 + 5 = 165$$

$$m^* = 185 + 20 + 15 + 10 - 85 = 209$$

$$(A \oplus B \oplus C_2 \oplus D_1) = (250, 280, 10, 30, 1)$$

Les valeurs de ce troisième intervalle sont les suivantes :

$$h = 1$$

$$a = 1 \left[\frac{0}{1} + \frac{10}{1} \right] = 10$$

$$b = 1 \left[\frac{30}{1} + \frac{0}{1} \right] = 30$$

$$m = 150 + 100 - 0 + 10 - 10 = 250$$

$$m^* = 110 + 170 + 30 + 0 - 30 = 280$$

$$(A \oplus B \oplus C_2 \oplus D_2) = (268, 306, 8, 34, 0, 8)$$

Les valeurs de ce quatrième intervalle sont les suivantes :

$$h = 0,8$$

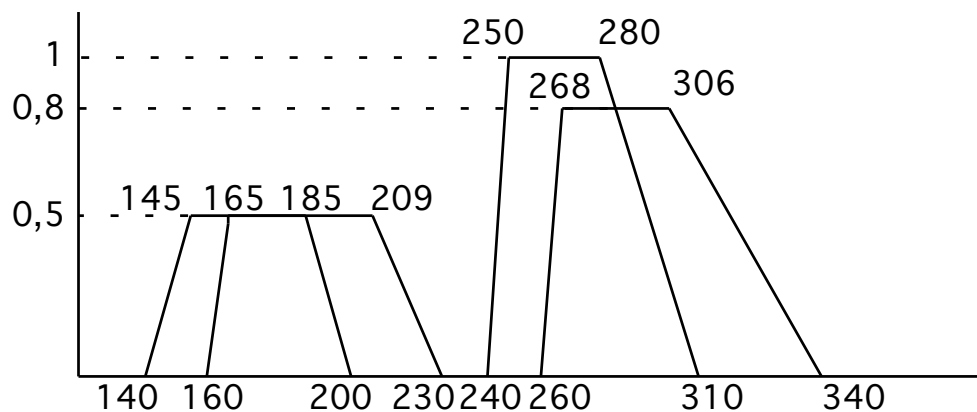
$$a = 0,8 \left[\frac{10}{1} + \frac{0}{0,8} \right] = 8$$

$$b = 0,8 \left[\frac{30}{1} + \frac{10}{0,8} \right] = 34$$

$$m = 250 + 20 - 10 - 0 - 0 + 8 = 268$$

$$m^* = 280 + 20 + 30 + 10 - 34 = 306$$

L'ensemble résultat se représente ainsi:



Ce qui signifie que l'ensemble des effets attendus se situeront entre 250 et 280. Il n'est pas impossible qu'ils dépassent cette valeur jusqu'à 340, mais c'est moins sûr (0,8). Ils ne peuvent en aucun cas être inférieurs à 140.

11-L'APPORT DE LA THEORIE DES POSSIBILITES A LA DECISION D'INVESTIR.

Les résultats obtenus peuvent sembler assez frustrants, du point de vue de la décision, du fait de la substitution d'une zone d'informations à un point. Mais la considération de l'imprécision des informations de départ, est à ce prix.

De plus dans la mesure où les évaluations des effets sont destinées à ne retenir que le projet le plus satisfaisant, le fait que le résultat ne corresponde pas à une valeur simple, n'a qu'une importance relative.

L'évaluation de possibilité permet de prendre en compte la réalité des situations de l'action de décision, et doit donc être considérée comme un outil, dans les cas où l'imprécision est présente. L'apparente lourdeur des calculs, n'est que très secondaire car on peut disposer de logiciels adaptés.